



Centre de Recherche en Économie et Management
Center for Research in Economics and Management



University of Rennes 1

University of Caen Normandie

La structure des taux revisitée pour période de crise : entre contagion, flight to quality et Quantitative Easing

Franck MARTIN

CREM, UMR CNRS 6211, Faculty of Economics, University of Rennes 1, France

April 2016 - WP 2016-06

Working Paper



UNIVERSITÉ
CAEN
NORMANDIE



La structure des taux revisitée pour période de crise: entre contagion, flight to quality et Quantitative Easing

Franck MARTIN^{*a}

^aCREM, UMR CNRS 6211, RENNES 1 Université,
^{*}franck.martin@univ-rennes1.fr

Abstract

Ce papier propose une extension à deux pays d'un modèle traditionnel de la structure par terme des taux d'intérêt. Le cadre analytique des choix de portefeuille fait jouer un rôle essentiel aux anticipations de variances et covariances des rendements et taux obligataires, dans la détermination des taux longs d'équilibre sur les dettes souveraines. Plusieurs résultats significatifs émergent pour donner des éclairages nouveaux sur la dynamique des taux depuis le début de la crise de la dette en zone euro.

Le scénario des investisseurs en termes de contagion ou de flight to quality trouve dans les mécanismes de choix de portefeuilles optimaux, qui sous-tendent la formation des taux, des effets qui sont plus de type " auto-réalisateur " que " contrariant ".

Les nouvelles sur les finances publiques des états souverains en difficulté, comme les achats ou annonces d'achats d'obligations d'état par la BCE, ont un impact sur les taux des autres pays qui dépend crucialement du régime de covariance anticipé par les investisseurs. Devant l'incertitude sur ce régime de covariance, le programme de QE de la BCE doit être diversifié et pas uniquement ciblé sur les pays en difficulté.

Keywords: Marchés obligataires souverains, Zone euro, Structure par terme des taux d'intérêt, Choix de portefeuille, Contagion, Flight to quality, Quantitative Easing

1

¹Je remercie Jiangxingyun Zhang, Mamy Raoul Ravelomanana et Guillaume Queffelec pour des discussions au cours de la préparation de ce papier.

Une version longue de cet article a été présentée à la 22ème Conférence Internationale "Forecasting Financial Markets" à Rennes en mai 2015 et au séminaire d'économie appliquée du CREM en janvier 2016. Nous remercions les participants pour leur remarques et suggestions et en particulier Sylvain Barthélémy, Hans-Jörg von Mettenheim, Guillaume L'Oeillet, Fabien Moizeau, Jean-Sébastien Pentecôte, Tovonony Razafindrade et Fabien Rondeau. Les restrictions d'usage s'appliquent.

1. Introduction

Depuis la dégradation de la note de la Grèce en décembre 2009, jusqu'à la mise en place du programme d'assouplissement quantitatif (QE) en mars 2015, la crise de la zone euro a entraîné des évolutions contrastées des taux d'intérêt à long terme dans les différents pays de la zone. En fonction du contexte macroéconomique global et spécifique aux pays, de la crédibilité des programmes de consolidation budgétaire, des aides institutionnelles accordées ou des programmes mis en place par la BCE (OMT, QE), les trajectoires des taux longs sur les emprunts d'états ont alterné des phases de corrélation ou de décorrélacion, au gré de l'intensité des risques de contagion.

Pour les pays les plus en difficulté, les hausses de taux se sont réalisées, surtout à partir de 2010, dans un contexte de forte volatilité (Figures 1 et 2 ci-après). A l'inverse, les marchés obligataires identifiés comme les plus sains, typiquement l'Allemagne et la France, ont dès le début de l'année 2011, fait l'objet de stratégies de fuite vers la qualité (*flight to quality*). Les investisseurs ont sans doute été également sensibles aux rendements obligataires élevés associés au processus de baisse de taux qui s'est de surcroît enclenché dans un contexte de faible volatilité (Figures 1 et 2)².

Les schémas d'interprétation usuels de ces mouvements de taux d'intérêt sont de deux types. Les variations de taux d'intérêt et l'évolution des spreads par rapport à l'Allemagne peuvent être interprétées comme des réévaluations rationnelles des primes de risque de crédit sur les émetteurs souverains. On parle dans ce cas de contagion par les fondamentaux. Elles peuvent aussi être dues à des phénomènes de contagion financière liés par exemple à des stratégies spéculatives et potentiellement auto-réalisatrices sur les marchés obligataires, qui viennent périodiquement tester la soutenabilité de la dette publique des états. On parle alors de contagion pure.

Il existe une littérature empirique qui cherche précisément à discriminer entre ces deux types de mécanismes de contagion. Il s'agit de recherches s'inspirant de la méthodologie de Pesaran et Pick (2007). Les spreads de taux sont expliqués à la fois par des facteurs globaux propres à la zone et par des facteurs spécifiques aux pays. En accord avec Forbes et Rigobon (2002), la contagion pure n'existe que si la crise entraîne une augmentation significative de la corrélation des composantes non fondamentales des taux d'intérêt. Arghyrou et al.(2012) et Metiu (2012) s'accordent pour identifier des mécanismes de contagion pure dans la formation des taux longs, en particulier pour les pays périphériques de la zone euro. Afonso et al.(2012) considèrent que l'évolution des spreads de taux pendant la crise est en phase avec les fondamentaux macroéconomiques, en particulier fiscaux. Si cette littérature empirique ³ n'apporte pas de conclusions tranchées, c'est sans doute pour deux raisons au moins. La première est liée au fait qu'il est difficile d'identifier sur la base de fondamentaux macroéconomiques une évaluation objective des primes de risque de défaut. La seconde raison tient à la frontière poreuse entre la contagion par les fondamentaux et la contagion

²Voir également sur ces questions le papier de Martin et Zhang (2014).

³On peut aussi se référer à Caceres et al.(2010), De Santis (2012), Kilponen et al. (2012), Giordano et al.(2013), Philippas et Siriopoulos (2013).

pure puisque les attaques spéculatives sur les dettes publiques peuvent effectivement via les hausse de taux qu'elles entraînent, dégrader la soutenabilité de la dette et se transformer en un mécanisme de contagion par les fondamentaux.

Dans ce papier, nous cherchons une position médiane entre la contagion par les fondamentaux et la contagion pure. Nous évaluons le rôle spécifique des choix de portefeuilles obligataires pour expliquer la dynamique des taux longs pendant la crise de la zone euro, en particulier lors des épisodes de contagion ou de flight to quality. En prenant le point de vue d'un investisseur obligataire international basé en euro, on s'attend à ce qu'au-delà des rendements espérés sur les obligations, les variances et plus spécifiquement encore les covariances anticipées pour le futur jouent un rôle significatif sur les demandes d'obligations et in fine sur les taux longs d'équilibre. En d'autres termes, on pressent que le régime de covariance anticipé pour le futur doit avoir un impact sur le niveau présent des taux d'intérêt. La question est donc de savoir dans quelle mesure un scénario de contagion ou au contraire de flight to quality conditionne l'équilibre et la trajectoire présente des marchés obligataires. La question centrale est finalement de savoir si, par le canal des choix de portefeuille, les croyances des investisseurs sur les possibilités futures de contagion ou au contraire de flight to quality sont, ou ne sont pas, auto-réalisatrices.

Le modèle proposé est un modèle à trois actifs libellés en euro: un actif monétaire sans risque et deux obligations souveraines de même sensibilité. Il s'agit de fait d'une généralisation de modèles domestiques de la structure par terme des taux d'intérêt tels que ceux initialement proposés par Mankiw (1986), Walsh (1986), Jones et Roley (1985), Artus (1987), Shiller et MacCulloch (1990), Bisière et al.(1990). Ce type de modèles présente deux spécificités importantes. Les arbitrages taux courts-taux longs sur la courbe des taux sont intégrés dans un cadre explicite de choix de portefeuille et la prime de terme exigée sur le taux long devient une prime de risque liée à l'incertitude des rendements obligataires. Conformément à une logique d'équilibre partiel offre-demande, l'offre de titres joue un rôle essentiel sur les taux longs d'équilibre. Elle conditionne en particulier la quantité de risque prise par les investisseurs et la prime de risque de volatilité présente sur les taux longs. Cette prime de risque dépend donc du stock de dette souveraine (rapportée à la richesse des investisseurs) et n'est finalement pas très éloignée de ce que serait une prime de risque de crédit explicite.

Dans notre modèle à trois actifs, la prime de risque d'équilibre sur un marché obligataire intègre nécessairement les conditions d'offre du marché voisin. Cet effet d'offre est, on le verra, conditionné par l'ampleur de la covariance anticipée sur les taux longs futurs. Il apparaît au final comme un canal essentiel de contagion entre les deux marchés obligataires. Nous prenons également en compte, à côté des achats d'obligations par les investisseurs fondamentalistes, ceux de la BCE, qui dans le cadre d'un programme de Quantitative Easing (QE), cherche à diminuer les primes de risque pesant sur les taux longs des pays en difficulté. On verra que l'efficacité du QE dépend grandement du régime de covariance anticipé par les investisseurs et que des effets indésirables ne sont donc pas à exclure.

Le papier est organisé de la manière suivante. Dans la section 2, nous présentons les principales hypothèses du modèle de choix de portefeuille et les propriétés des demandes optimales d'obligations. Dans la section 3, nous exploitons les conditions d'équilibre offre-

demande pour dériver les rendements obligataires et les taux longs d'équilibre. La section 4 exploite les résultats obtenus sur les taux d'équilibre pour identifier les mécanismes de contagion ou de flight to quality entre marchés. Elle permet également d'éclairer les mécanismes de transmission des politiques de rachats d'obligations de la part de la BCE. La section 5 permet de conclure et d'envisager de possibles améliorations du modèle.

Figure 1 : Taux actuariels à 10 ans (Source: Datastream) des principaux marchés obligataires européens

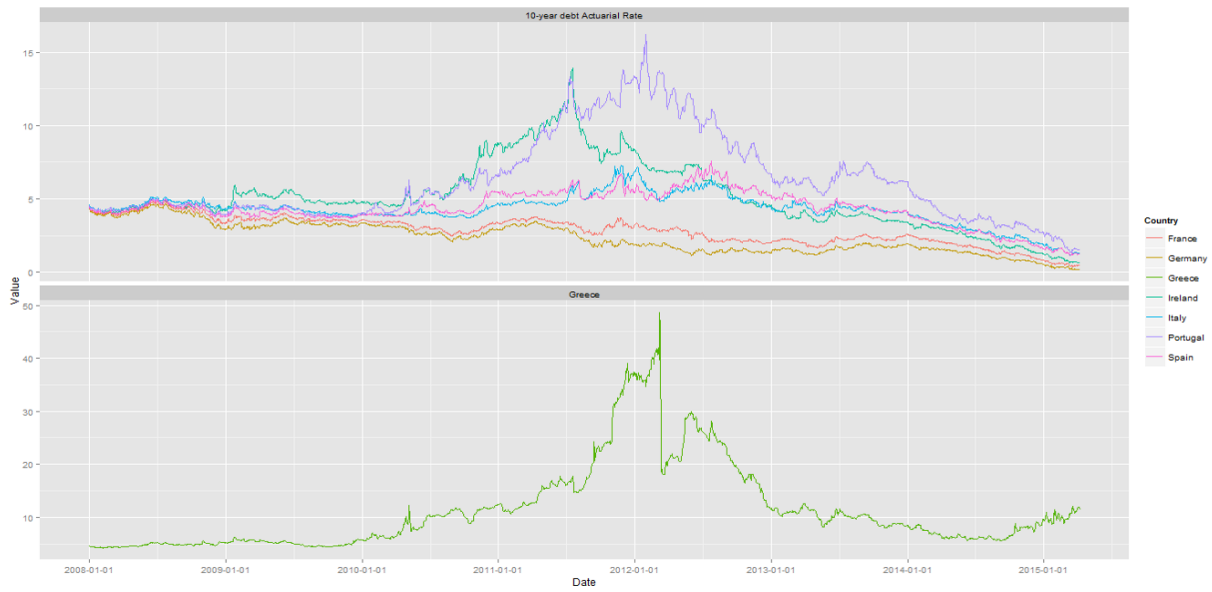
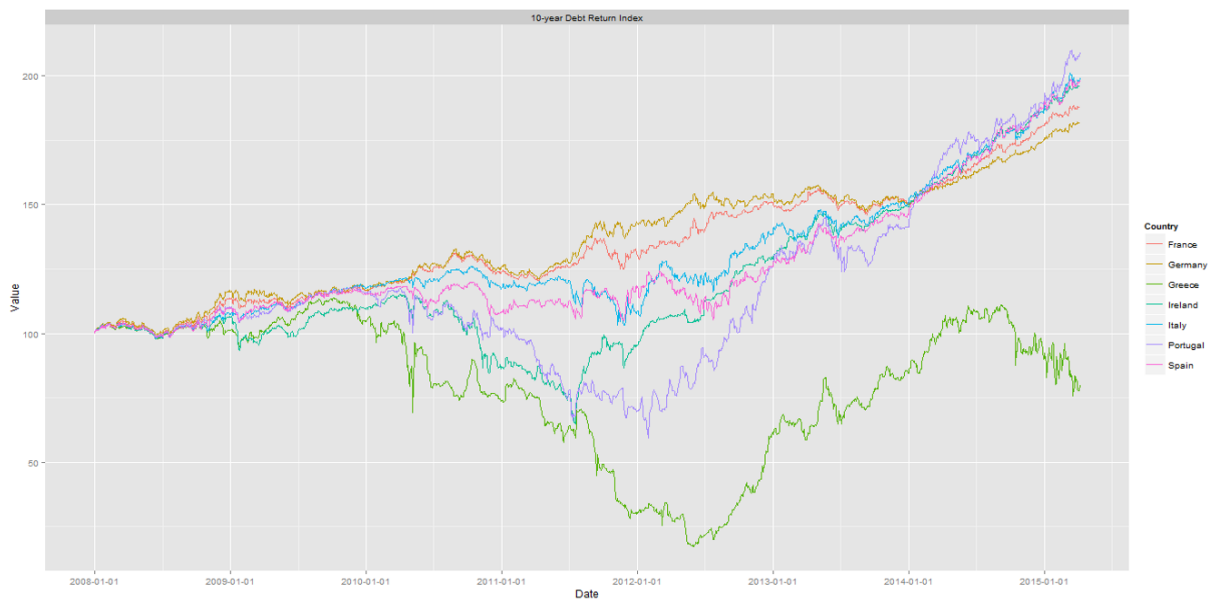


Figure 2 : Return index du Benchmark à 10 ans (base 100: 2008, Source: Datastream) des principaux marchés obligataires européens



2. Choix de portefeuille et demandes d'obligations

Nous prenons le point de vue d'un investisseur obligataire international basé en euro et proposons un modèle de choix de portefeuille à 3 actifs: deux obligations souveraines de 2 pays différents ($i = 1, 2$) mais de même maturité désignant le benchmark de l'investisseur du point de vue de son exposition au risque de taux d'intérêt; un actif sans risque de type monétaire. Dans la suite du papier, le pays 1 représente le pays sain peu exposé au risque de crédit, tandis que le pays 2 représente le pays en difficulté avec un risque de crédit plus élevé. L'horizon d'investissement est d'une période, entre deux dates t et $t+1$. Le rendement d'une obligation sur une période ($H_{i,t}$) est donné si l'on raisonne sur des obligations zéro-coupon, par l'évolution des prix $P_{i,t}$. Soit

$$H_{i,t} = \frac{P_{i,t+1} - P_{i,t}}{P_{i,t}} \quad (1)$$

En utilisant l'indicateur de sensibilité (S)⁴ et les taux actuariels ($R_{i,t}$) plutôt que les prix, le rendement sur une période peut être approximé, au biais de convexité près, par l'évolution des taux d'intérêt sur la période ⁵

$$H_{i,t} \cong R_{i,t} - S(R_{i,t+1} - R_{i,t}) \quad (2)$$

Le taux de rendement obligataire sur une période est donc donné par le taux de rendement actuariel augmenté d'un effet de plus ou moins-value déterminé par la variation des taux sur la période et la sensibilité de l'obligation. Les rendements espérés peuvent donc être formulés de la manière suivante

$$\mu_i = E_t(H_{i,t}) = (1 + S)R_{i,t} - S[E_t(R_{i,t+1})] \quad (3)$$

et les variances des rendements

$$\sigma_i^2 = V_t(H_{i,t}) = S^2 V_t(R_{i,t+1}) \quad (4)$$

où $E_t(\cdot)$ et $V_t(\cdot)$ désignent les opérateurs des anticipations rationnelles. Les rendements anticipés dépendent des anticipations sur le taux long futur $E_t(R_{i,t+1})$ et la variance conditionnelle des rendements dépend de l'incertitude sur le taux long futur $V_t(R_{i,t+1})$.

De la même manière, la covariance entre les rendements obligataires s'écrit

$$\sigma_{12} = Cov_t(H_{1,t}, H_{2,t}) = S^2 Cov_t(R_{1,t+1}, R_{2,t+1}) \quad (5)$$

Elle traduit bien la covariance sur les taux longs futurs.

⁴Nous supposons que les deux obligations ont la même sensibilité.

⁵En toute rigueur, si les taux actuariels sont annualisés, la formule du rendement $H_{i,t}$ est pertinente pour une période d'une année.

Avec des notations standard, le rendement anticipé (μ_p) et le risque (σ_p^2) du portefeuille sont donnés par

$$\mu_p = \alpha_1\mu_1 + \alpha_2\mu_2 + (1 - \alpha_1 - \alpha_2)r \quad (6)$$

$$\sigma_p^2 = \alpha_1^2\sigma_1^2 + \alpha_2^2\sigma_2^2 + 2\alpha_1\alpha_2\sigma_{12} \quad (7)$$

où α_1, α_2 représentent les parts de la richesse totale (W_t) investies sur chaque obligation; r représente le taux sans risque. En maximisant le critère rendement-risque traditionnel avec r_a comme paramètre d'aversion absolue au risque, nous obtenons un système d'équations 2-2 par rapport à α_1 et α_2 . Les solutions du système sont les demandes optimales d'obligations qui s'expriment de la manière suivante

$$\alpha_1^* = \frac{(\mu_1 - r)}{r_a[\sigma_1^2 - (\frac{\sigma_{12}}{\sigma_2})^2]} - \frac{\sigma_{12}(\mu_2 - r)}{r_a\sigma_2^2[\sigma_1^2 - (\frac{\sigma_{12}}{\sigma_2})^2]} \quad (8)$$

$$\alpha_2^* = \frac{(\mu_2 - r)}{r_a[\sigma_2^2 - (\frac{\sigma_{12}}{\sigma_1})^2]} - \frac{\sigma_{12}(\mu_1 - r)}{r_a\sigma_1^2[\sigma_2^2 - (\frac{\sigma_{12}}{\sigma_1})^2]} \quad (9)$$

On concentre ici notre interprétation sur l'influence de la covariance σ_{12} sur les demandes optimales d'obligations. Cette covariance module la capacité de chaque obligation à représenter une couverture pour le placement sur l'autre marché obligataire. Elle est à la base de mécanismes essentiels pour la suite du papier.

Si $\sigma_{12} = 0$, les demandes d'obligations sont identiques à celles obtenues dans un cadre autarcique où les investisseurs partagent leur richesse entre l'actif sans risque en euro et les obligations domestiques, soit $\alpha_i^* = \frac{(\mu_i - r)}{r_a\sigma_i^2}$ pour $i = 1, 2$.

Si $\sigma_{12} < 0$, la demande d'obligations sur chaque marché est supérieure à la demande en situation autarcique. Deux effets jouent sur la demande optimale. Le risque pertinent dans la première composante de la fonction de demande, est le risque résiduel ($[\sigma_i^2 - (\frac{\sigma_{12}}{\sigma_j})^2]$), c'est à dire le risque qui n'est pas couvert par la position sur l'autre marché. La demande de couverture (dans le second terme de la fonction de demande) est d'autant plus forte que σ_{12} est faible (élevée en valeur absolue), que l'autre placement est supposé rentable ($(\mu_j - r)$ élevé) et de risque faible (σ_j^2 faible).

Si $\sigma_{12} > 0$, la demande d'obligations est inférieure à la demande en situation autarcique. Les investisseurs se reportent sur l'actif sans risque.

Notons enfin que si les corrélations sont parfaites entre les rentabilités obligataires, qu'elles soient négatives (compléments parfaits) ou positives (substituts parfaits), les variances résiduelles sont nulles et les demandes optimales d'obligation admettent des solutions en coin. Si la corrélation est parfaite et négative, il est possible de construire un portefeuille de risque nul en combinant les deux obligations. Ce portefeuille devient un substitut de l'actif sans risque dès que sa rentabilité est supérieure à r . L'actif sans risque est alors délaissé. Si la corrélation est parfaite et positive, le portefeuille optimal combine l'actif sans risque et la plus rentable des deux obligations. La moins rentable est délaissée.

3. Equilibre des marchés obligataires

Les conditions d'équilibre offre-demande des marchés obligataires pour les deux pays ($i = 1, 2$) sont données par

$$\alpha_{1,t}^*[\mu_1(R_{1,t}), \mu_2(R_{2,t})]W_t = \varepsilon_{1,t}^S W_t \quad (10)$$

$$\alpha_{2,t}^*[\mu_1(R_{1,t}), \mu_2(R_{2,t})]W_t = \varepsilon_{2,t}^S W_t \quad (11)$$

$\varepsilon_{i,t}^S$ représente les offres d'obligations en pourcentage de la richesse des investisseurs W_t . Elles doivent être considérées comme des processus aléatoires et donc comme une première source de risque dans le modèle.

Une version plus sophistiquée du modèle peut intégrer une demande aléatoire de Noise-Traders ($\varepsilon_{i,t}^{NT}$) et une demande également aléatoire de la BCE ($\varepsilon_{i,t}^{ECB}$) pour prendre en compte des achats de titres dans le cadre d'une politique monétaire non conventionnelle (OMT, QE).

Dans ce cas les conditions d'équilibre s'écrivent en prenant en compte les offres nettes d'obligations, c'est-à-dire

$$\Sigma_{1,t} = \varepsilon_{1,t}^S - (\varepsilon_{1,t}^{NT} + \varepsilon_{1,t}^{ECB}) \quad (12)$$

$$\Sigma_{2,t} = \varepsilon_{2,t}^S - (\varepsilon_{2,t}^{NT} + \varepsilon_{2,t}^{ECB}) \quad (13)$$

Les demandes d'obligations des Noise-Traders et de la BCE viennent donc diminuer les offres nettes d'obligations.

3.1. Les rendements espérés d'équilibre

Les conditions d'équilibre sur les deux marchés obligataires fournissent un système d'équations 2-2 par rapport aux rentabilités μ_1 et μ_2 . La résolution du système donne pour chaque obligation le rendement espéré d'équilibre. Ces solutions s'expriment de la manière suivante

$$\mu_1^* = r + \frac{\sigma_2^2[\sigma_1^2 - (\frac{\sigma_{12}}{\sigma_2})^2]}{[\sigma_2^2 - (\frac{\sigma_{12}}{\sigma_1})^2]}r_a \left(\Sigma_{1,t} + \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1^2}\Sigma_{2,t} \right) \quad (14)$$

$$\mu_2^* = r + \frac{\sigma_1^2[\sigma_2^2 - (\frac{\sigma_{12}}{\sigma_1})^2]}{[\sigma_1^2 - (\frac{\sigma_{12}}{\sigma_2})^2]}r_a \left(\Sigma_{2,t} + \frac{\sigma_{12}}{\sigma_2^2}\Sigma_{1,t} \right) \quad (15)$$

ou sous une forme plus simple et équivalente

$$\mu_1^* = r + \sigma_1^2 r_a \left(\Sigma_{1,t} + \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1^2} \Sigma_{2,t} \right) \quad (16)$$

$$\mu_2^* = r + \sigma_2^2 r_a \left(\Sigma_{2,t} + \frac{\sigma_{12}}{\sigma_2^2} \Sigma_{1,t} \right) \quad (17)$$

A notre connaissance les relations (16) et (17) constituent un résultat nouveau. Les rendements espérés d'équilibre sont exprimés comme un taux sans risque augmenté d'une prime

de risque qui dépend cruciallement de l'offre totale d'obligations représentant la quantité de risque dans le portefeuille. L'offre d'obligations du pays 2 a un impact sur μ_1^* qui dépend du ratio covariance sur variance ($\frac{\sigma_{12}}{\sigma_1^2}$) qui joue ici comme un facteur de type beta.

3.2. Les taux longs d'équilibre

En mobilisant la définition des rendements espérés (équation (3)), on obtient les solutions en termes de taux de rendement actuariels sur les obligations, qui sont les véritables variables endogènes du modèle.

$$R_{1,t}^* = \frac{1}{1+S} \left[r_t + SE_t(R_{1,t+1}) + S^2 V_t(R_{1,t+1}) r_a \left(\Sigma_{1,t} + \frac{S^2 Cov_t(R_{1,t+1}, R_{2,t+1})}{V_t(R_{1,t+1})} \Sigma_{2,t} \right) \right] \quad (18)$$

$$R_{2,t}^* = \frac{1}{1+S} \left[r_t + SE_t(R_{2,t+1}) + S^2 V_t(R_{2,t+1}) r_a \left(\Sigma_{2,t} + \frac{S^2 Cov_t(R_{1,t+1}, R_{2,t+1})}{V_t(R_{2,t+1})} \Sigma_{1,t} \right) \right] \quad (19)$$

Le troisième terme dans les taux longs d'équilibre se présente comme une prime de risque sur une période avec un effet de l'offre nette de titres qui dépend du régime de covariance. Si $Cov_t(R_{1,t+1}, R_{2,t+1}) = 0$, nous avons pour $i = 1, 2$

$$R_{i,t}^* = \frac{1}{1+S} \left[r_t + SE_t(R_{i,t+1}) + S^2 V_t(R_{i,t+1}) r_a(\Sigma_{i,t}) \right] \quad (20)$$

i.e. l'équation d'Euler standard du taux long dans un modèle domestique de la structure des taux selon une tradition Shillérienne.

En résolvant l'équation d'Euler par rapport à $R_{i,t}^*$ par des substitutions successives sur $R_{i,t+1}$ nous obtenons

$$R_{1,t}^* = \frac{r_t}{1+S} + \frac{1}{1+S} \left[\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{S}{1+S} \right)^i E_t(r_{t+i}) \right] \quad (21)$$

$$+ \frac{1}{1+S} \left[\sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{S}{1+S} \right)^i E_t \left[S^2 V_{t+i}(R_{1,t+i+1}) r_a \left(\Sigma_{1,t+i} + \frac{S^2 Cov_{t+i}(R_{1,t+i+1}, R_{2,t+i+1})}{V_{t+i}(R_{1,t+i+1})} \Sigma_{2,t+i} \right) \right] \right]$$

$$R_{2,t}^* = \frac{r_t}{1+S} + \frac{1}{1+S} \left[\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{S}{1+S} \right)^i E_t(r_{t+i}) \right] \quad (22)$$

$$+ \frac{1}{1+S} \left[\sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{S}{1+S} \right)^i E_t \left[S^2 V_{t+i}(R_{2,t+i+1}) r_a \left(\Sigma_{2,t+i} + \frac{S^2 Cov_{t+i}(R_{1,t+i+1}, R_{2,t+i+1})}{V_{t+i}(R_{2,t+i+1})} \Sigma_{1,t+i} \right) \right] \right]$$

Les taux d'équilibre en anticipations rationnelles $R_{i,t}^*$ intègrent des prévisions sur tous les équilibres futurs des deux marchés obligataires. Les prévisions de covariances jouent ici un rôle essentiel.

Une résolution complète du modèle, sous l'hypothèse d'anticipations rationnelles, consisterait à exprimer les variances et covariances d'équilibre sur les taux d'intérêt, c'est à dire les moments d'ordre deux, cohérents avec les conditions d'équilibre offre-demande et les hypothèses formulées, en termes de variance et de covariance, sur les aléas pesant sur les principales variables exogènes du modèle: offres de titres, demandes d'obligations de la BCE et des Noise-Traders, taux courts.

Nous choisissons de garder une résolution intermédiaire du modèle, une forme semi-réduite, en maintenant le principe d'une exogénéité des moments conditionnels d'ordre 2. L'idée est ici que ces moments d'ordre 2 peuvent aussi obéir à d'autres déterminants que ceux introduits dans le modèle.

4. Principaux résultats théoriques

Les taux longs d'équilibre donnés par (21) et (22) intègrent à la fois les propriétés traditionnelles de la courbe des taux et des mécanismes additionnels découlant de l'élargissement du cadre d'analyse : 2 pays, achats d'obligations par la BCE.

4.1. Rappel des propriétés traditionnelles

On retrouve bien les effets de la politique monétaire présente (r_t) et anticipée pour le futur ($E_t(r_{t+i})$) comme déterminants essentiels des taux longs. L'impact des anticipations de taux courts futurs décroît avec l'horizon de la prévision ($t+i$) et la valeur du terme $(\frac{S}{1+S})^i$ associé à la sensibilité S .

Le second terme de (21) et (22) s'interprète comme une prime de risque intertemporelle pesant sur les taux longs. Cette prime de risque rémunère l'incertitude anticipée sur les rendements obligataires futurs. C'est donc fondamentalement une prime de risque de volatilité et non une prime de risque de crédit. Dans (21) elle dépend crucialement de la sensibilité de l'obligation (S), de l'aversion absolue au risque des investisseurs (r_a), de la chronique des variances anticipées sur les taux longs futurs ($V_{t+i}(R_{1,t+i+1})$) et au travers du terme $E_t(\Sigma_{1,t+i})$ de la chronique des anticipations sur les offres d'obligations pour les périodes futures.

Une résolution complète du modèle sous l'hypothèse d'anticipations rationnelles permettrait d'exprimer les variances d'équilibre sur les taux longs ($V_{t+i}(R_{1,t+i+1})$). On peut montrer alors que dans un cadre stationnaire où $V_t(R_{1,t+1}) = V_{t+i}(R_{1,t+i+1})$ ⁶, la variance d'équilibre du taux long dépend de l'incertitude sur les taux courts futurs et de l'incertitude sur les offres d'obligations pour le futur. C'est donc l'incertitude sur la politique monétaire conventionnelle et la trajectoire future des finances publiques qui conditionnent in fine la prime de risque d'équilibre sur les taux longs.

4.2. Propriétés additionnelles : élargissement à deux pays et Quantitative Easing

Les propriétés additionnelles du modèle sont données par la présence du terme

$$S^2 \frac{\text{Cov}_{t+i}(R_{1,t+i+1}, R_{2,t+i+1})}{V_{t+i}(R_{1,t+i+1})} \Sigma_{2,t+i}$$

⁶Voir par exemple Martin (2001).

Table 1: Impacts du régime de covariance sur les taux

Régime de covariance	Evolution anticipée des taux	
$\text{Cov}(R_1, R_2) \nearrow$ Scénario de contagion ou de sortie de crise	$R_1 \nearrow, R_2 \nearrow$ Scénario de contagion auto-réalisateur	$R_1 \searrow, R_2 \searrow$ Scénario de sortie de crise contrarié
$\text{Cov}(R_1, R_2) \searrow$ Scénario de FTQ	$R_1 \rightarrow$ ou $\searrow, R_2 \nearrow$ Auto-réalisateur pour le pays bénéficiant du FTQ	$R_1 \nearrow, R_2 \rightarrow$ ou \nearrow

dans l'équation (21) et de son équivalent dans l'équation (22). On peut sur cette base formuler les trois séries de résultats suivants.

4.2.1. Impacts des covariances anticipées sur les taux

Des covariances anticipées élevées conduisent à des taux d'intérêt plus élevés dans les deux pays; les demandes d'obligations sont plus faibles car les possibilités de couverture le sont également. Cela signifie en particulier qu'un scénario de contagion entre les deux marchés défini comme une élévation des corrélations et covariances entre taux, avec de plus un scénario de hausses futures des taux longs, est ici de type auto-réalisateur. Le fait de croire que les taux longs vont monter dans les deux pays entraîne immédiatement (dès que les portefeuilles sont ré-optimisés) la hausse des taux présents.

Nous employons ici le terme auto-réalisateur dans un sens courant ou faible pour signifier qu'un scénario de contagion sur les taux d'intérêt trouve dans les choix de portefeuilles optimaux des mécanismes qui jouent dans un sens favorable à la contagion.

A l'inverse, un scénario de sortie de crise avec baisse des taux longs dans les pays ($i = 1, 2$) et élévation de la covariance entre marchés n'est pas de type auto-réalisateur mais au contraire de type contrarié. Le scénario de covariances plus élevées dans le futur diminue les possibilités de couverture, limite les demandes d'obligations et fait monter les taux dans les deux pays.

Ces deux résultats sont résumés dans le tableau 1 ci-dessus.

On peut également évaluer le caractère auto-réalisateur d'un scénario de baisse des covariances entre marchés associé à une hypothèse de flight to quality au profit de l'un des deux marchés. Le scénario fait baisser les taux dans les deux pays et n'est donc autoréalisateur que pour le marché qui est censé bénéficier du mécanisme de flight to quality.

4.2.2. Impacts des news sur les finances publiques

Les conditions présentes et futures sur les offres d'obligations (i.e. émissions de titres et montants de la dette) de chaque pays ont un impact sur l'équilibre du marché obligataire de l'autre pays. Cet impact dépend fondamentalement du régime de covariance anticipé par les investisseurs. Par exemple, de mauvaises nouvelles sur les déficits et la dette publics en Grèce ($i = 2$) conduisent à des taux d'intérêt plus élevés en Grèce ($i = 2$) et plus bas en

Allemagne ($i = 1$) si les covariances sont supposées négatives. Ce mécanisme devient une composante du processus de flight to quality.

Dans le cas opposé d'un régime de covariances positives, les mauvaises nouvelles sur les finances publiques grecques conduisent à des hausses de taux longs dans les deux pays. Le scénario de la contagion est de nouveau ici de type auto-réalisateur.

4.2.3. Impacts du QE de la BCE

Le modèle donne aussi quelques éclairages sur l'impact de la politique monétaire non conventionnelle sur les taux longs des différents pays. Par exemple, lorsque la BCE achète (QE) ou annonce qu'elle va acheter (OMT et QE) des obligations grecques ($i = 2$) ⁷(choc négatif sur $\Sigma_{2,t}$ ou une révision des anticipations $E_t(\Sigma_{2,t+i})$), cela conduit à des taux d'intérêt plus bas en Grèce et, également en Allemagne ($i = 1$), dans un régime de covariance positive, ou au contraire à des taux plus élevés en Allemagne si les covariances sont supposées négatives.

La volonté de la BCE de faire baisser les taux longs des pays en difficulté peut donc se trouver contrariée par les croyances des investisseurs. On rappelle que les covariances restent ici exogènes, mais l'ambition de la BCE avec le QE est bien d'enclencher un processus joint de baisse des taux. Pour cela il est effectivement cohérent de procéder à des achats équilibrés de titres, ici dans le pays 2 et aussi dans le pays 1 et dans la réalité sur l'ensemble des marchés obligataires. Pour les investisseurs le fait de savoir que les achats sont joints et donc fortement corrélés est clairement de nature à accroître le niveau de la covariance anticipée et donc à renforcer l'efficacité du QE.⁸

Notons enfin que les achats d'obligations par la BCE jouent sur la prime de volatilité et les taux longs d'équilibre comme le ferait une annulation partielle de la dette avec une modélisation explicite de la prime de risque de crédit. Le fait que la BCE mette sur son bilan une partie de la dette des pays en difficulté signifie pour les investisseurs une disparition du marché des obligations rachetées par la BCE et donc une volatilité potentielle plus faible dans les portefeuilles. L'impact sur les taux est analogue à celui d'une annulation partielle de la dette avec disparition de fait d'une quantité de risque de crédit.

⁷Nous citons ici la Grèce comme cas emblématique des pays en difficulté, même si du fait des différentes restructurations de la dette depuis mars 2012, son cas est finalement très particulier et que la BCE n'achète pas d'obligations grecques dans le cadre de son programme de Quantitative Easing (Asset Purchase Programmes) amorcé en mars 2015.

⁸Il faut citer ici le papier de De Santis et Stein (2015) qui étudie les déterminants de la covariance entre taux longs dans une optique d'évaluation de l'efficacité de la politique monétaire de la BCE.

5. Conclusion

Ce papier propose une extension à deux pays d'un modèle traditionnel de la structure par terme des taux d'intérêt. Le cadre analytique des choix de portefeuille fait jouer un rôle essentiel aux anticipations de variances et covariances de rendements et taux obligataires, dans la détermination des taux longs d'équilibre sur les dettes souveraines. Plusieurs résultats significatifs émergent pour donner des éclairages nouveaux sur la dynamique des taux depuis le début de la crise de la dette en zone euro.

Un scénario de contagion financière entre marchés obligataires est de type auto-réalisateur. Il est par définition associé à une anticipation de hausse de la corrélation entre marchés dans le futur. Il limite donc les possibilités de couverture entre marchés, fait baisser la demande d'obligations avec un effet de report sur l'actif monétaire sans risque, et aboutit à une hausse immédiate des taux longs dans les deux pays. De la même manière, un scénario de flight to quality, associé à une baisse de la corrélation entre marchés fait immédiatement baisser les taux du pays qui est censé bénéficier du flight to quality. Ces mécanismes ont possiblement joué à la faveur de la France et l'Allemagne, assez tôt dans la crise, suffisamment pour entretenir dès le début de l'année 2011 un processus de baisse des taux.

Les conditions présentes et anticipées pour le futur sur les offres d'obligations de chaque pays ont un impact sur les taux longs d'équilibre de l'autre pays. Cet impact dépend crucialement du régime de covariance diagnostiqué par les investisseurs. Il conditionne de nouveau les mécanismes de contagion ou au contraire de flight to quality. Des mauvaises nouvelles sur les déficits et dettes publics d'un pays en difficulté peuvent conduire à des baisses de taux dans les pays voisins dans un régime de covariance anticipée négative ou, à des hausses de taux dans un régime de covariance positive.

Les achats d'obligations d'état par la BCE dans le cadre de l'OMT et du QE ont des effets potentiellement contrastés sur les taux longs qui de nouveau dépendent du régime de covariance ayant la faveur des investisseurs. Des achats d'obligations de pays en difficulté font bien baisser les taux dans le pays cible, mais cette baisse ne se transmet aux autres marchés qu'à la condition que les investisseurs soient convaincus de la capacité de la BCE à installer durablement un régime de covariance positive. Si cette crédibilité n'est pas assurée, les achats de la BCE dans le pays cible font monter les taux dans les autres pays.

Si les propriétés de ce nouveau modèle de la structure des taux sont non ambiguës, il reste à évaluer le poids que peuvent avoir réellement ces mécanismes dans la formation des taux d'intérêt à long terme dans les pays de la zone euro. Est-ce que dans l'ensemble les moments d'ordre 2 sur les rendements obligataires peuvent être des arguments du premier ordre pour expliquer l'évolution des taux ? Un premier prolongement empirique de ce travail est donné par Martin et Zhang (2015). Ils montrent à partir de l'estimation de modèles GARCH-in-Mean bi-variés sur données quotidiennes, un rôle significatif des variances conditionnelles dans la formation des taux, mais une influence moins robuste des covariances conditionnelles. Ce résultat peut sembler décevant, mais il questionne aussi sur la capacité des variances et covariances conditionnelles de type GARCH, qu'elles soient en échantillon ou hors échantillon, à restituer les véritables anticipations des investisseurs sur les risques futurs. Nous croyons davantage en la possibilité d'évaluer les contributions potentielles des

variables clés du modèle (moments d'ordre 2 sur les rendements, chocs sur les offres de titres, achats d'obligations de la BCE) à l'aide d'une calibration réaliste de la forme (semi) réduite des équations de taux longs.

Une autre piste d'approfondissement de ce travail consisterait à proposer une modélisation explicite du risque de crédit en introduisant par exemple, à la manière de Merton (1976), une possibilité de saut (négatif) dans la dynamique des prix d'obligations.

6. Bibliographie

- [1] Afonso, A., Arghyrou, M., Ktononikas, A. (2012). The determinants of sovereign bond yield spreads in the EMU.
- [2] Arghyrou, M. G., Ktononikas, A. (2012). The EMU sovereign-debt crisis: Fundamentals, expectations and contagion. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 22(4), 658-677.
- [3] Artus, P. (1987). Structure par terme des taux d'intérêt: théorie et estimation dans le cas français. *Cahiers économiques et monétaires*, 27, 5-47.
- [4] Bisière, C., Lai Tong, C., Peguin-Feissolle, A. (1990). Préviation bayésienne et structure par terme des taux d'intérêt. *Revue économique*, 41(5), 817-838.
- [5] Caceres, C., Guzzo, V., Segoviano Basurto, M. (2010). Sovereign spreads: Global risk aversion, contagion or fundamentals ? IMF working papers, 1-29.
- [6] De Santis, R. A. (2012). The Euro area sovereign debt crisis: safe haven, credit rating agencies and the spread of the fever from Greece, Ireland and Portugal.
- [7] De Santis, R. A., Stein, M. (2015). Financial indicators signaling correlation changes in sovereign bond markets. *Journal of Banking and Finance*, vol. 56, p. 86-102.
- [8] Forbes, K. J., Rigobon, R. (2002). No contagion, only interdependence: measuring stock market comovements. *The journal of Finance*, 57(5), 2223-2261.
- [9] Giordano, R., Pericoli, M., Tommasino, P. (2013). Pure or Wake-up-Call Contagion? Another Look at the EMU Sovereign Debt Crisis. *International Finance*, 16(2), 131-160.
- [10] Jones, D. S., Roley, V. V. (1983). Rational expectations and the expectations model of the term structure: a test using weekly data. *Journal of Monetary Economics*, 12(3), 453-465.
- [11] Kilponen, J., Laakkonen, H., Vilmunen, J. (2012). Sovereign risk, European crisis resolution policies and bond yields. Bank of Finland Research Discussion Paper, (22).
- [12] Mankiw, N. G., Goldfeld, S. M., Shiller, R. J. (1986). The term structure of interest rates revisited. *Brookings Papers on Economic Activity*, 61-110.
- [13] Martin, F. (2001). Structure par terme des taux d'intérêt, règle monétaire et identification des chocs d'activité. Conférence Théorie et Méthodes de la Macroéconomie, Nice.
- [14] Martin, F., Zhang, J. (2014). Correlation and volatility on bond markets during the EMU crisis: does the OMT change the process ?. *Economics Bulletin*, 34(2), 1327-1349.
- [15] Martin, F., Zhang, J. (2015). Dynamics of bond markets during the EMU crisis: theoretical and empirical approaches in a portfolio theory framework. Papier présenté à la 22ème conférence Forecasting Financial Markets, Rennes, mai 2015.
- [16] Merton, R. C. (1976). Option pricing when underlying stock returns are discontinuous. *Journal of financial economics*, 3(1-2), 125-144.
- [17] Metiu, N. (2012). Sovereign risk contagion in the Eurozone. *Economics Letters*, vol. 117, no 1, 35-38.
- [18] Pesaran, M. H., Pick, A. (2007). Econometric issues in the analysis of contagion. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 31(4), 1245-1277.
- [19] Philippas, D., Siriopoulos, C. (2013). Putting the C into crisis: Contagion, correlations and copulas on EMU bond markets. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 27, 161-176.
- [20] Shiller, R. J., McCulloch, J. H. (1990). The term structure of interest rates. *Handbook of monetary economics*, 1, 627-722.
- [21] Walsh, C. E. (1985). Rational Expectations Model of Term Premia with Some Implications for Empirical Asset Demand Equations. *The Journal of Finance*, 40(1), 63-83.